Física 1 - 2020-1 - Noturno

Lista 6

Professores: Valentina Martelli e Gabriel Landi

Data de entrega: 22/06 (segunda)

Para a resolução da lista, deixe bem claro o ponto de partida; diga explicitamente como você interpretou do enunciado e/ou faça diagramas. Especifique sua escolha de referencial. Na hora de escrever a resposta, não se esqueça das unidades. E use algarismos significativos. Incentivamos que você discuta os problemas com seus colegas. Mas lembre-se: a redação final é *individual*. A entrega das listas (digitalizadas) é realizada diretamente enviando ao Professor/Professora responsável da sua turma.

1. **(0.5 ponto) Torque:** Considere o sistema da figura 1. O corpo rígido plano pode girar em torno do ponto O. Calcule o torque total sabendo que há três forças atuando: a força F_A=10 N no ponto A (OA=8.0 m), a força F_B=16 N no ponto B (OB=4.0 m), e a força F_C=19 N no ponto C (OC=3.0 m).

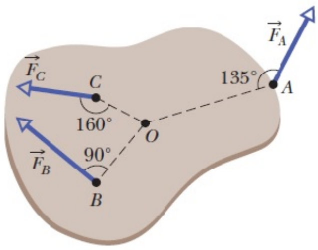

Figura 1

Solução: O torque resultante é dado por:

$$\vec{\tau} = \vec{\tau}_A + \vec{\tau}_B + \vec{\tau}_C$$

Usando a definição de torque e considerando a convenção de que torque positivo significa uma rotação no sentido anti-horário, o módulo to torque resultante é:

$$\begin{aligned}\tau &= \tau_A + \tau_B + \tau_C \\ &= F_A r_A \sin\phi_A - F_B r_B \sin\phi_B + F_C r_C \sin\phi_C \\ &= (10)(8.0)\sin 135^\circ - (16)(4.0)\sin 90^\circ + (19)(3.0)\sin 160^\circ = 12\ Nm.\end{aligned}$$

2. **(0,5 ponto) Rotação de duas massas:** Duas partículas idênticas estão fixadas nos extremos do uma barra de massa desprezível. Seja $L_1 = 20$ cm e $L_2 = 80$ cm as respectivas distâncias ao centro de rotação, como representado em Figura 2. A barra, inicialmente mantida em posição horizontal, é solta em $t = 0$. Determine a aceleração (tangencial) inicial de cada partícula.

Solução: Aplicando a mesma convenção sobre os sentidos das rotações usada no problema 1 obtemos:

$$\tau = mgL_1 - mgL_2$$

Por outro lado

$$\tau = I\alpha = (mL_1^2 + mL_2^2)\alpha$$

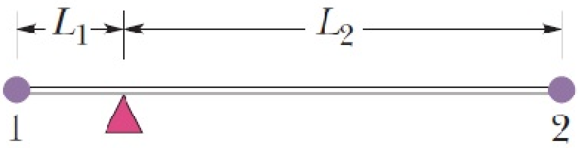

Figura 2

Igualando as duas equações obtemos portanto :

$$\alpha = \frac{g(L_1 - L_2)}{L_1^2 + L_2^2} = \frac{(9.8\ m/s^2)\cdot(0.2\ m - 0.8\ m)}{((0.2\ m)^2 + (0.8\ m)^2)} = -8.6\ rad/s^2$$

onde o valor negativo indica uma rotação no sentido horário. No instante inicial, as massas começam a se mover com velocidade nula e a aceleração não envolve uma componente radial. Portanto, em $t = 0$, com modulo da velocidade nula, podemos escrever para a partícula 1:

$$|\vec{a}_1| = \alpha L_1 = (8.6\ rad/s^2)(0.2\ m) = 1.72\ \mathrm{m/s^2},$$

e para a partícula 2:

$$|\vec{a}_2| = \alpha L_2 = (8.6\ rad/s^2)(0.8\ m) = 6.88\ \mathrm{m/s^2}.$$

3. **(1 ponto) Máquina de Atwood:** Considere o sistema da Figura 3. O bloco 1 tem massa $m_1 = 460\ g$ e o bloco 2 tem massa $m_2 = 500\ g$. A polia, cuja massa *não* é desprezível, tem raio $R = 5.00$ cm e pode girar em torno do seu centro de massa sem atrito. Quando soltos do repouso, o bloco 2 cai 75.0 cm em 5.00 segundos, sem a corda deslizar.

   (a) Determine a aceleração dos dois blocos.

   (b) Determine as tensões $\vec{T_1}$ e $\vec{T_2}$.

   (c) Qual é o módulo da velocidade angular da polia?

   (d) Qual é a momento de inercia da polia?

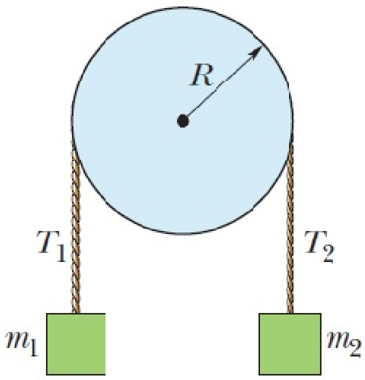

Figura 3

Solução (a): Consideramos o bloco m_2, e escolhemos como positivo o sentido da aceleração do bloco 2 para baixo. Ele vai se mover de movimento uniformemente variado com aceleração de módulo:

$$a = \frac{2y}{t^2} = \frac{2(0.750\ m)}{(5.00s)^2} = 6.00 \cdot 10^{-2}\ m/s$$

O bloco 1 move-se, portanto, com aceleração para acima, com o mesmo módulo a.

(b) Escrevendo a segunda lei de Newton para o bloco 2, projetada ao longo do eixo vertical:

$$m_2 g - T_2 = m_2 a$$

onde m_2 é a massa e T_2 é a tensão da corda que atua sobre o corpo 2. Segue que:

$$T_2 = m_2(g - a) = (0.500\ kg)(9.8\ m/s^2 - 6.00 \cdot 10^{-2}\ m/s^2) = 4.87\ N$$

Escrevendo a segunda lei de Newton para o bloco 1, projetada ao longo do eixo vertical:

$$m_2 g - T_2 = -m_2 a$$

onde m_1 é a massa e T_1 é a tensão da corda que atua sobre o corpo 1. Portanto:

$$T_1 = m_1(g + a) = (0.460\ kg)(9.8\ m/s^2 + 6.00 \cdot 10^{-2}\ m/s^2) = 4.54\ N$$

(c) Como a corda se move sem deslizar sobre a polia, o módulo da aceleração tangencial de um ponto da polia deve ser a mesma dos corpos. Então, obtemos:

$$\alpha = \frac{a}{R} = \frac{6.00 \cdot 10^{-2}\ m/s}{5.00 \cdot 10^{-2}\ m} = 1.2\ \text{rad}/s^2$$

(d) O torque total que atua sobre a polia é dado por:

$$\tau = (T_2 - T_1)R$$

orientado ao longo da direção do eixo da polia, no sentido que entra no plano. Sabendo que

$$\tau = I\alpha$$

onde I é o momento de inércia da polia com respeito ao mesmo eixo de rotação, obtemos:

$$I = \frac{(T_2 - T_1)R}{\alpha} = \frac{(4.87\ N - 4.54\ N)(5.00 \cdot 10^{-2}\ m)}{1.20\ \text{rad}/s^2} = 1.38 \cdot 10^{-2}\ kg \cdot m^2$$

4. **(2 pontos) Stairway to tension:** Um homem de peso 854 N sobe 1.8 m ao longo da escada, como representado em figura 4. Os lados AC e CE da escada têm o mesmo comprimento de 2.44 m e são conectado no ponto C. O tirante BD tem comprimento 0.762 m e está fixado na metade do comprimento de AC e CE. Considerando desprezível o atrito do chão e a massa da escada, determine:

   (a) a tensão no tirante;

   (b) a módulo da força exercida pelo chão sobre a escada no ponto A;

   (c) a módulo da força exercida pelo chão sobre a escada no ponto E;

   Dica: considere as duas partes da escada como separadas e analise a força e o torque em cada uma delas.

Solução (a):

Consideramos os dois lados da escada separados, como indicado em figura 5. $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_E$ são as forças do chão que atuam sobre a escada, $\vec{T}$ a tensão do tirante. $\vec{W}$ é a força peso do homem, $\vec{F}_h$ é a componente horizontal da força exercida por um lado da escada sobre o outro lado, e $\vec{F}_v$ é a componente vertical da mesma força. Observamos que as forças exercidas pelo chão são normais ao chão sendo o atrito desprezível. Também observamos que a força que o lado esquerdo exerce sobre o lado direito e a força do lado direito sobre o esquerdo, tem mesmo módulo e sentido oposto.

Como a escada está em equilibro, temos que a soma das componentes das forças em cada metade da escada deve se anular:

$$F_v + F_A - W = 0,$$

$$T - F_h = 0$$

Além disso, os torques resultantes também devem se anular. Portanto, considerando como ponto de referencia o ponto comum das duas partes da escada, e sendo $L = 2,44$ m o comprimento da escada, podemos escrever:

$$F_A L\cos\theta - W(L - d)\cos\theta - T(L/2)\sin\theta = 0$$

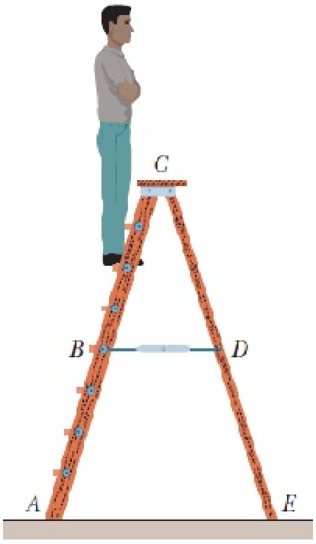

Figura 4

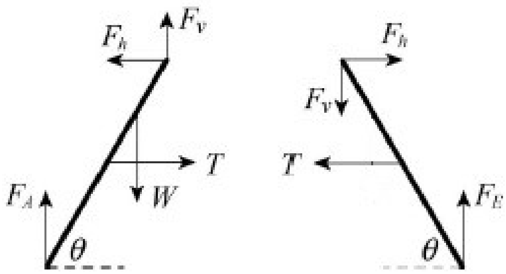

Figura 5

Observamos que o homem está numa distancia $d = 1,8$ m do ponto da escada no chão (ou $L - d$ do ponto máximo) e que o tirante está posicionado no ponto médio.

Escrevendo as mesmas equações para o lado direito, obtemos:

$$F_E - F_v = 0$$

$$F_h - T = 0$$

$$F_E L \cos\theta - T(L/2)\sin\theta = 0$$

Temos então, cinco equações independentes para 5 variáveis F_E, F_A, F_v, F_h e T. Resolvendo para T e substituindo, obtemos:

$$F_A = W - F_v$$

e

$$F_v = F_E$$

Substituímos nas outras equações:

$$T = F_h$$

$$WL\cos\theta - F_E L\cos\theta - W(L-d)\cos\theta - T(L/2)\sin\theta = 0$$

$$F_E L\cos\theta - T(L/2)\sin\theta = 0$$

Das ultima duas obtemos:

$$F_E = T\sin\theta/(2\cos\theta) = (T/2)\tan\theta$$

e, finalmente

$$T = \frac{Wd}{L \tan\theta}$$

Para determinar $\tan\theta$, consideramos o triangulo retângulo formado pela metade superior da escada. Ele tem base de 0.381 m e hipotenusa de 1.22 m. Então o lado vertical é: $\sqrt{(1.22m)^2 - (0.381\ m)^2} = 116\ m$

$$\tan\theta = (1.16\ m)/(0.381\ m) = 3.04$$

Portanto:

$$T = \frac{(854\ N)(1.80\ m)}{(2.44\ m)(3.04)} = 207\ N$$

(b) Agora resolvemos para F_A. Substituímos $F_v = F_E = (T/2)\tan\theta = Wd/2L$ na equação $F_v + F_A - W = 0$ e resolvemos para F_A. A solução é:

$$F_A = W - F_v = W(1 - \frac{d}{2L}) = (854\ N)(1 - \frac{1.80\ m}{2(2.44\ m)}) = 539\ N$$

(c) Resolvendo para F_E:

$$F_E = W\frac{d}{2L} = (854\ N)\frac{1.80\ m}{2(2.44\ m)} = 315\ \text{N}.$$

5. **(0.5 ponto) Queda de uma haste:** A haste homogênea representada em figura 6 tem comprimento 2.0 m e pode girar em torno do ponto P. Ela é deixada cair da posição de repouso, de um angulo $\theta = 40^o$ acima da linha horizontal indicada na figura. Qual a velocidade angular da haste no instante que ela atinge a linha horizontal do chão?

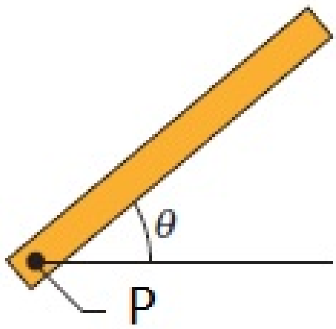

Figura 6

Solução : Para resolver esse problema, podemos usar conservação da energia. A altura do centro de massa da haste é inicialmente $h = \frac{L}{2}\sin 40^o$, com $L = 2.0\ m$. A energia potencial inicial é portanto

$$E_i = Mgh$$

onde M é a massa da haste. Quando chega no nível horizontal, a energia se transforma em energia cinética rotacional

$$E_f = \frac{1}{2}I\omega^2.$$

Portanto a velocidade angular será

$$\omega^2 = \frac{2Mgh}{I}.$$

Falta calcular o momento de inércia da haste em torno do eixo em questão. O momento de inércia em torno do centro de massa é $I = ML^2/12$. Usando o teorema dos eixos paralelos obtemos

$$I = \frac{1}{12}ML^2 + M(L/2)^2 = \frac{1}{3}ML^2$$

Com isso obtemos finalmente
$$\omega = \sqrt{3g\sin 40°}L = 3.1 \text{ rad/s}$$

6. **(1 ponto) Momento angular; análise gráfica :** A figura 7 representa o torque, em função do tempo, que está atuando sobre um disco que está inicialmente em repouso e que pode girar em torno do seu centro. O escala no eixo vertical é definida por $\tau_s = 4.0\ Nm$. Calcule o momento angular do disco com respeito ao eixo de rotação nos instantes (a) $t = 7,0$ s e (b) $t = 20s$.

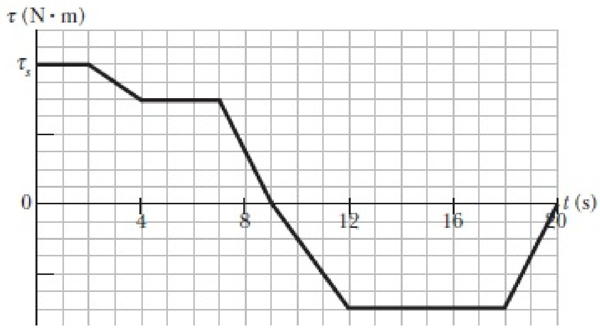

Figura 7

Solução (a): Sendo
$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$
o momento angular pode ser encontrado integrado o torque em função do tempo, entre 0 e t. Podemos realizar o cálculo computando a área em baixo da curva, sabendo que $\vec{L}(t = 0) = 0$. Em $t = 7,0$ s obtemos
$$L = 24 \text{ kg m}^2/\text{s}$$
orientado paralelamente à velocidade angular ao longo do eixo de rotação.

(b) Aplicando o mesmo raciocínio, em $t = 20$ s obtemos
$$L = 1.5 \text{ kg m}^2/\text{s}$$
orientado paralelamente à velocidade angular ao longo do eixo de rotação.

7. **(1 ponto) Dipolo elétrico:** A força produzida por um campo elétrico $\boldsymbol{E}$ em uma carga q é dada por $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E}$. Neste problema estudaremos um *dipolo elétrico*, que consiste em duas cargas iguais e opostas, $+q$ e $-q$, separadas de uma distância d e presas por uma haste rígida de massa desprezível O *momento de dipolo* é definido como $\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{d}$, onde $\boldsymbol{d}$ é o vetor que liga a carga negativa à carga positiva, assim como na figura 8. Considere um campo elétrico $\boldsymbol{E}$ uniforme aplicado nesse sistema.

   (a) Mostre que a força resultante é nula, ao passo que o torque é dado por $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{p}\times\boldsymbol{E}$.

   (b) Mostre que a energia potencial do sistema é dada por $U = -\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{E}$.

   (c) Identifique quais as configurações de equilíbrio estável e instável do dipolo.

Solução (a): A força resultante no sistema é a soma das forças:
$$\boldsymbol{F}_{\text{res}} = +q\boldsymbol{E} - q\boldsymbol{E} = 0.$$
que é nula pois as cargas tem sinais opostos. Da mesma forma, o torque resultante é a soma dos torques sobre cada carga. A força sobre a carga $+q$ é $q\boldsymbol{E}$ e a sua posição é $\boldsymbol{d}/2$. Da mesma forma, a força sobre a carga $-q$ é $-q\boldsymbol{E}$ e a sua posição será $-\boldsymbol{d}/2$. Portanto,
$$\boldsymbol{\tau} = (\boldsymbol{d}/2) \times (q\boldsymbol{E}) + (-\boldsymbol{d}/2) \times (-q\boldsymbol{E}) = q\boldsymbol{d} \times \boldsymbol{E} = \boldsymbol{p} \times \boldsymbol{E}.$$

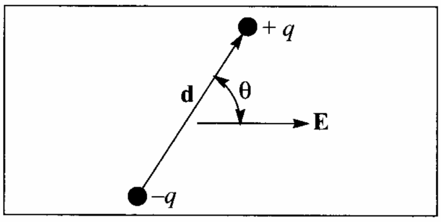

Figura 8

(b) A energia potencial de uma partícula sujeita a uma força constante $\boldsymbol{F}$ é $U = -\boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{F}$. Portanto, como a força que atua em cada uma das partículas é constante, teremos

$$U = -(\boldsymbol{d}/2) \cdot (q\boldsymbol{E}) - (-\boldsymbol{d}/2) \cdot (-q\boldsymbol{E}) = -\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{E}.$$

(c) O sistema estará em equilíbrio quando o torque resultante se anular, o que ocorre quando $\boldsymbol{p}$ é paralelo a $\boldsymbol{E}$. Isso permite duas situações, no entanto, que corresponde a $\boldsymbol{p}$ apontando no mesmo sentido de $\boldsymbol{E}$ ou no sentido oposto. Para determinar qual equilíbrio é estável ou instável devemos analisar a energia potencial. Se $\boldsymbol{p}$ aponta no mesmo sentido de $\boldsymbol{E}$ a energia será $U = -|\boldsymbol{p}||\boldsymbol{E}|$ enquanto que se eles estiverem anti-paralelos, ela será $U = |\boldsymbol{p}||\boldsymbol{E}|$. No primeiro caso a energia é mínima e no segundo ela é máxima. Portanto a posição de equilíbrio estável será com $\boldsymbol{p}$ paralelo e apontando no mesmo sentido de $\boldsymbol{E}$, ao passo que $\boldsymbol{p}$ apontando no sentido oposto à $\boldsymbol{E}$ será um equilíbrio instável.

8. **(1 ponto) Sistema de 4 massas:** Considere um sistema composto de 4 massas iguais ligadas por hastes finas, como na figura 9. As quatro massas estão dispostas sobre uma superfície onde elas podem se mover sem atrito. Em $t = 0$ transmite-se um impulso a uma das massas, atribuindo-lhe um momento $\boldsymbol{P}$. Descreve completamente o movimento subsequente do sistema.

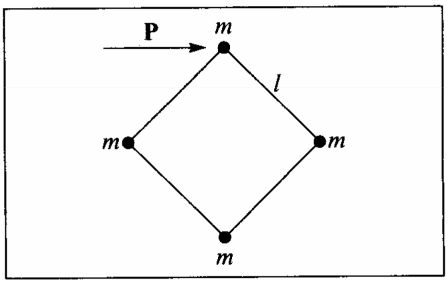

Figura 9

Solução: Decompomos o movimento em duas componentes, o movimento do centro de massa e o movimento interno do sólido. Como a força resultante sobre o sistema é nula, o centro de massa vai se mover em movimento retilíneo uniforme, com velocidade inicial $\boldsymbol{P}/M$:

$$\boldsymbol{R}_{\mathrm{CM}}(t) = \boldsymbol{R}_{\mathrm{CM}}(0) + (\boldsymbol{P}/M)t.$$

Vamos tomar um sistema de coordenadas cuja origem está na posição inicial do CM, $\boldsymbol{R}_{\mathrm{CM}}(0)$. Ou seja, tomamos $\boldsymbol{R}_{\mathrm{CM}}(0) = 0$. Usando também o fato de que $\boldsymbol{P} = P\hat{\imath}$, obtemos portanto

$$\boldsymbol{R}_{\mathrm{CM}}(t) = (Pt/M)\hat{\imath}.$$

Por outro lado, o chute inicial vai produzir um torque e portanto transmitir um momento angular para o sistema,

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r}_1 \times \boldsymbol{P},$$

onde $\boldsymbol{r}_1$ é a posição da partícula que recebeu o chute. Escolhemos um sistema de coordenadas com origem no CM, de tal forma que $\boldsymbol{r}_1 = (l/\sqrt{2})\hat{\jmath}$. Assim,

$$\boldsymbol{L} = -(lP/\sqrt{2})\hat{k}.$$

Esse momento angular está associado a uma rotação de velocidade angular ω, no sentido horário, de acordo com a expressão $L = I\omega$ onde I é o momento de inércia com relação ao centro de massa:

$$I = 4m(l/\sqrt{2})^2 = 2ml^2.$$

A velocidade angular será, portanto

$$\omega = \frac{lP/\sqrt{2}}{2ml^2} = \frac{P}{2\sqrt{2}ml}.$$

Isso faz sentido: ω é grande se m é pequeno (partículas leves) ou l é pequeno (sistema pequeno). O movimento de rotação subsequente será um movimento circular uniforme em torno do centro de massa, com velocidade ω. Então, por exemplo, a posição da partícula 1 em função do tempo será

$$\boldsymbol{r}_1(t) = \boldsymbol{R}_{\text{CM}}(t) + (l/\sqrt{2})\Big[\sin(\omega t)\hat{\imath} + \cos(\omega t)\hat{\jmath}\Big].$$

As posições das outras 3 partículas são determinadas a partir da posição da primeira uma vez que a distância entre elas é fixa.

9. **(1 ponto) Momento de inercia:** Calcule o momento de inércia de uma lâmina homogênea de massa M, em forma de um anel circular de raio interno r_1 e raio externo r_2:

   (a) em relação a um eixo perpendicular ao plano do anel, passando pelo seu centro;

   (b) em relação a um eixo perpendicular ao plano do anel, mas localizado no seu diâmetro mais externo.

   Verifique seus resultados nos casos limite de um disco e de um aro circular.

Solução: (a) O momento de inercia é escrito com o

$$I = \int r^2 dm,$$

onde dm é um elemento de massa do sólido e r é a distância desse elemento ao eixo de rotação. Devido à simetria circular desse problema, podemos imaginar nosso sólido como sendo composto de diversos aros finos, cada um com raio r (variando entre r_1 e r_2) e uma espessura dr. A área de cada anel será portanto $2\pi r dr$ (imagine abrindo o aro em uma fita fina de comprimento $2\pi r$ e largura dr). A massa dm desse aro pode ser obtida usando regra de três: O valor de dm pode ser calculado levando em conta que a densidade de massa do sólido é

$$dm = 2\pi r dr \frac{M}{\pi(r_2^2 - r_1^2)},$$

onde $\pi(r_2^2 - r_1^2)$ é a área total do sólido. Portanto,

$$I = \frac{2M}{r_2^2 - r_1^2}\int_{r_1}^{r_2} r^3 dr = \frac{2M}{r_2^2 - r_1^2}\frac{(r_2^4 - r_1^4)}{4}.$$

Isso pode ser simplificado para

$$I = M(r_1^2 + r_2^2)/2.$$

Como casos particulares, para um disco maciço temos $r_1 = 0$ e portanto $I = Mr_2^2/2$. Por outro lado, para um aro fino temos $r_1 = r_2$ e portanto $I = Mr_2^2$.

(b) Para calcularmos o momento de inércia sobre um ponto no diâmetro externo, usamos o teorema dos eixos paralelos:

$$I_d = I_{\text{CM}} + Mr_2^2,$$

onde I_{CM} é o momento de inércia em torno do CM, que é exatamente a grandeza calculada no item (a). Portanto

$$I_d = M\frac{(r_1^2 + r_2^2)}{2} + Mr_2^2.$$

10. **(1 ponto) Efeito da polia no movimento de massas:** Considere o sistema da figura 10. O bloco de massa m desliza sem atrito e a polia, que pode ser tomada como um cilindro maciço, gira sem deslizamento. O sistema é solto do repouso.

    (a) Qual a aceleração do sistema?

    (b) Qual o valor de θ para que o sistema fique parado? Se θ for maior que esse valor, o sistema vai se mover para a esquerda ou para a direita?

    (c) Calcule a diferença entre as tensões nos fios e mostre que elas serão em geral diferentes, a não ser que a massa da polia seja desprezível.

    (d) Calcule, usando conservação de energia, a velocidade do sistema após a massa m' andar de uma altura h. Verifique seu resultado usando a aceleração obtida no item (a).

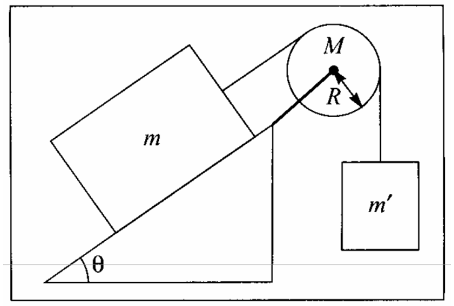

Figura 10

Solução: (a) Escrevemos equações de movimento para cada um dos três objetos:

$$ma = T - mg\sin\theta,$$

$$m'a' = m'g - T',$$

$$\left(\frac{MR^2}{2}\right)\alpha = (T' - T)R,$$

onde a e a' são as acelerações das massas m e m', ao passo que α é a aceleração angular da polia. Além disso, T e T' são as tensões nos fios da esquerda e da direita respectivamente. Na última equação, $-TR$ e $T'R$ são, portanto, os torques produzidos pelos dois fios. Finalmente, $MR^2/2$ é o momento de inércia da polia, assumida como sendo um cilindro maciço.

Temos também a condição de que não há deslizamento. Isso implica que $a = a' = \alpha R$. Portanto, sobramos com três equações para três incógnitas (a, T e T'). Resolvendo as equações, obtemos:

$$a = \frac{(m' - m\sin\theta)g}{m + m' + M/2}.$$

(b) O sistema vai ficar parado se $a = 0$. Ou seja, se $m' = m\sin\theta$. Isso define um valor crítico

$$\theta^* = \arcsin(m'/m).$$

Se $\theta = \theta^*$ o sistema fica parado. Se $\theta > \theta^*$ o sistema vai escorregar para a esquerda e se $\theta < \theta^*$ ele vai escorregar para a direita. Note que esses resultados não dependem da polia de forma alguma. É uma condição sobre as massas m e m'.

(c) Da equação para o movimento das polias temos imediatamente que

$$T' - T = \frac{Ma}{2}.$$

Portanto, as tensões só serão iguais se o sistema estiver em repouso ou se a massa da polia for desprezível. Note que é exatamente essa diferença entre as tensões que produz o torque sobre a polia.

(d) Escolhemos um referencial tal que a energia inicial do sistema é nula. Após ter andado uma altura h a energia total será

$$E = \frac{1}{2}(m + m')v^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + (m \sin\theta - m')gh.$$

Essa fórmula vale tanto para h positivo quanto negativo. Ou seja, se o sistema se moveu para a esquerda ou para a direita. Usando a condição de não deslizamento, podemos escrever ainda

$$E = \frac{1}{2}(m + m' + M/2)v^2 + (m \sin\theta - m')gh.$$

Portanto a velocidade após uma mudança h na altura será

$$v = \sqrt{\frac{2(m' - m\sin\theta)gh}{m + m' + M/2}}.$$

Note que a velocidade é sempre real pois teremos $h > 0$ quando $m' > m\sin\theta$ e $h < 0$ quando $m' < m\sin\theta$. Também podíamos ter chegado nesse resultado usando a aceleração do item (a). O movimento é uniformemente acelerado e portanto vale a fórmula de Torricelli, $v = \sqrt{2ah}$.

11. **(0,5 ponto) Carretel:** Considere um carretel de massa m e raio r, com a corda inicialmente toda enrolada e presa no teto, assim como na figura 11. Em $t = 0$ o carretel e solto do repouso. Assuma que o peso da corda é desprezível em comparação com o carretel e que o movimento ocorre sem deslizamento. Calcule a velocidade linear do carretel após ele ter caído uma altura h.

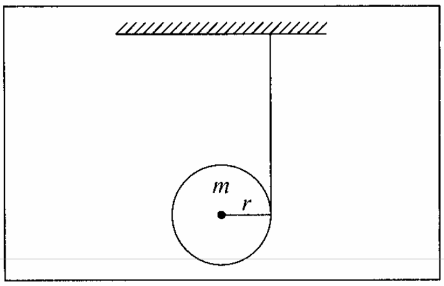

Figura 11

Solução: Escolhemos o sistema de coordenadas tal que a energia inicial seja nula. Por outro lado, após ter caído uma altura h a energia total será:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 - mgh,$$

onde $I = mR^2/2$ é o momento de inércia, assumindo que o carretel seja um cilindro maciço. Como o movimento ocorre sem deslizamento $v = \omega R$ e portanto,

$$E = \frac{1}{2}(m + m/2)v^2 - mgh = \frac{3}{4}mv^2 - mgh.$$

Igualando E à energia inicial, $E = 0$, obtemos portanto

$$v = \sqrt{\frac{4gh}{3}}.$$